

Feladat

Adott egy kör, a középpontja és egy pont a körön. Szerkesztendő olyan húrnégyszet a körbe csak vonalzó használatával, amelynek a körvonalon adott pont az egyik csúcsa!

Megoldás

♣ Jelöljük a kör középpontját O -val, a körvonalon adott pontot A -val. Szerkesszük meg az OA egyenest. Ennek a körrel közös, A -tól különböző pontját jelöljük C -vel.

♣ Vegyünk fel egy P -vel jelölt segédpontot a körhöz A -ban, ill. C -ben húzott érintők által közrezárt síkrészben. Szerkesszük meg az AP , CP egyeneseket, ezeknek a körrel közös pontjait jelöljük T_1 -gyel, ill. T_2 -vel. Szerkesszük meg az AT_2 , ill. CT_1 egyeneseket (az ábrán a rövid szaggatott vonalú egyenesek). Ezek Thálész tétele miatt merőlegesek a CP , ill. AP egyenesekre, így az APC háromszög magasságvonalaira illeszkednek, ezért az M -mel jelölt metszéspontjuk az APC háromszög magasságpontja. Ebből következőleg, a PM egyenes illeszkedik az APC háromszög P -ből induló magasságvonalára, tehát merőleges az AC szakaszra.

♣ A feladat megoldásához PM -mel párhuzamos egyenest kellene húzni az O -n keresztül. Ezt a következőképpen tehetjük meg. Jelöljük U -val, V -vel a PM egyenesnek a körrel, W -vel pedig az AC szakasszal vett metszéspontjait. Ekkor az UO egyenesnek a körrel vett új metszéspontja egyben U -nak O -ra vonatkozó tükörképe, ezért jelöljük U' -vel. Szerkesszük meg hasonlóan V -nek O -ra vonatkozó V' tükörképét. A középpontos tükrözés tulajdonságai miatt $U'V'$ párhuzamos UV -vel. AC és $U'V'$ metszéspontját jelöljük W' -vel. Könnyen látható, hogy az $UWW'V'$ négyszög téglalap, amelyben O a WW' oldal felezőpontja. Az UW' és a WV' egyenesek a téglalap átlóegyenesei (az ábrán a hosszú szaggatott vonalú egyenesek), metszéspontjukat jelöljük R -rel. Ekkor az OR egyenes merőleges az AC átmérőre, ezért a körnek és OR -nek a közös pontjai a négyzet keresett B , D csúcsai. A szerkesztéshez csak vonalzó használatára volt szükség.

